

# Klausur - Mantelbogen



Name, Vorname	
Matrikel-Nr.	
Studienzentrum	
Studiengang	<b>Betriebswirtschaft</b>
Fach	<b>Wirtschaftsmathematik</b>
Art der Leistung	<b>Studienleistung</b>
Klausur-Knz.	<b>BW-WMT-S12-020504</b>
Datum	<b>04.05.2002</b>

**Ausgegebene Arbeitsblätter** \_\_\_\_\_

**Abgegebene Arbeitsblätter** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Ort, Datum

\_\_\_\_\_  
Ort, Datum

\_\_\_\_\_  
Aufsichtsführende(r)

\_\_\_\_\_  
Prüfungskandidat(in)

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
max. Punktezahl	16	10	8	13	16	12	10	15	100
erreichte Punktezahl									
2. Prüfer									

Gesamtpunktzahl	
bestanden / nicht bestanden	


\_\_\_\_\_  
Datum, 1. Prüfer

\_\_\_\_\_  
Datum, 2. Prüfer

Anmerkungen des Erstprüfers:

---

Datum, 1. Prüfer

Anmerkungen des Zweitprüfers:

---

Datum, 2. Prüfer

Studiengang	<b>Betriebswirtschaft</b>
Fach	<b>Wirtschaftsmathematik</b>
Art der Leistung	<b>Studienleistung</b>
Klausur-Knz.	<b>BW-WMT-S12-020504</b>
Datum	<b>04.05.2002</b>

**Bezüglich der Anfertigung Ihrer Arbeit sind folgende Hinweise verbindlich:**

- Verwenden Sie ausschließlich das vom Aufsichtsführenden **zur Verfügung gestellte Papier**, und geben Sie sämtliches Papier (Lösungen, Schmierzettel und nicht gebrauchte Blätter) zum Schluss der Klausur wieder bei Ihrem Aufsichtsführenden ab. Eine nicht vollständig abgegebene Klausur gilt als nicht bestanden.
- Beschriften Sie jeden Bogen mit Ihrem **Namen und Ihrer Immatrikulationsnummer**. Lassen Sie bitte auf jeder Seite 1/3 ihrer Breite als Rand für Korrekturen frei, und nummerieren Sie die Seiten fortlaufend. Notieren Sie bei jeder Ihrer Antworten, auf welche Aufgabe bzw. Teilaufgabe sich diese bezieht.
- Die Lösungen und Lösungswege sind in einer für den Korrektanten **zweifelsfrei lesbaren Schrift** abzufassen. Korrekturen und Streichungen sind eindeutig vorzunehmen. Unleserliches wird nicht bewertet.
- Bei numerisch zu lösenden Aufgaben ist außer der Lösung stets der **Lösungsweg anzugeben**, aus dem eindeutig hervorzugehen hat, wie die Lösung zustande gekommen ist.
- Zur Prüfung sind bis auf Schreib- und Zeichenutensilien ausschließlich die nachstehend genannten Hilfsmittel zugelassen. Werden **andere als die hier angegebenen Hilfsmittel verwendet oder Täuschungsversuche** festgestellt, gilt die Prüfung als nicht bestanden und wird mit der Note 5 bewertet.

**Bearbeitungszeit:** 90 Minuten  
**Anzahl Aufgaben:** - 8 -  
**Höchstpunktzahl:** - 100 -

<b>Hilfsmittel :</b>
FFH-Taschenrechner Formelsammlung Wirtschaftsmathematik

**Vorläufiges Bewertungsschema:**

Punktzahl		Ergebnis
von	bis einschl.	
50	100	<b>bestanden</b>
0	49,5	<b>nicht bestanden</b>

Viel Erfolg!

**Aufgabe 1****16 Punkte**

Glasfasern entstehen durch Ziehen eines heißen Glasstabs. Zur Herstellung einer Faser mit einem Durchmesser von 0,05 mm stehen verschieden lange zylindrische Glasstäbe der Dicke 25 mm zur Verfügung.

- a) Geben Sie die Faserlänge  $L_F$  als Funktion der Stablänge  $L_S$  des ursprünglichen Glasstabs an. **8 Pkte**
- b) Wie ändert sich die Faserlänge, wenn die Stablänge verdoppelt wird? **4 Pkte**
- c) Wie ändert sich die Faserlänge, wenn die Stabdicke verdoppelt wird? **4 Pkte**

Hinweis:

Das Volumen eines Zylinders mit dem Durchmesser  $d$  und der Höhe  $h$  berechnet sich nach der Formel

$$V = \frac{1}{4} \pi d^2 h.$$

**Aufgabe 2****10 Punkte**

Drücken Sie die folgenden Ausdruck durch einen einzigen Logarithmusausdruck aus.

$$2 \cdot \log x - \log \frac{x}{x^2 + 1} - \log x^3.$$

**Aufgabe 3****8 Punkte**

Von der quadratischen Gleichung  $3x^2 + 3x - 168 = 0$  ist eine Lösung  $x_1 = 7$  bekannt.

Bestimmen Sie mit Hilfe des Satzes von VIETA die zweite Lösung der quadratischen Gleichung.

**Aufgabe 4****13 Punkte**

Gegeben sei die Gerade  $y = 2x + 3$ . Bestimmen Sie

- a) die Steigung der Geraden, **3 Pkte**
- b) den Schnittpunkt der Geraden mit der  $x$ -Achse, **4 Pkte**
- c) eine zweite Gerade  $y = px + q$ , welche parallel zur ersten Geraden verläuft und den Punkt  $P(7,10)$  enthält. **6 Pkte**

**Aufgabe 5****16 Punkte**

Eine Bank wirbt mit folgenden Konditionen für eine Festgeldanlage:

- Gesamtdauer der Geldanlage: 2 Jahre
- Verdoppelter Zinssatz im zweiten Jahr.

Herr Steiff möchte dieses Angebot nutzen und 20.000 € einzahlen.

Mit welchem Zinssatz rechnet die Bank im ersten Jahr, wenn nach Ablauf der zwei Jahre 24.000 € ausbezahlt werden?

**Aufgabe 6****12 Punkte**

Frau Bluhm benötigt 100.000 € Ihre Bank unterbreitet ihr folgendes Angebot:

- Auszahlung: 96 %
- Zinsen: 7,5 %
- Tilgung: 2 % p.a. (zuzüglich ersparter Zinsen).

a) Welche Kreditsumme muss Frau Bluhm beantragen?

**4 Pkte**

b) Nach welcher Zeit, bezogen auf die Kreditaufnahme, ist der Kredit vollständig getilgt?

**8 Pkte****Aufgabe 7****10 Punkte**

Frau Sonntag erhält von ihrer Bank ein Darlehen in Höhe von 60.000 €. Die Verzinsung erfolgt monatlich mit 1,1 %.

Berechnen Sie die konstante monatliche Annuität bei einer Rückzahlungsdauer von 6 Jahren.

**Aufgabe 8****15 Punkte**

Zwei Raten in Höhe von 1.400 € führen zu einem Rentenendwert von 2.929,50 €.

Berechnen Sie den zugrundegelegten Zinssatz.

**Korrekturrichtlinie zur Studienleistung**  
**Wirtschaftsmathematik am 04.05.2002**  
**Betriebswirtschaft**  
**BW-WMT-S12 – 020504**

**Für die Bewertung und Abgabe der Studienleistung sind folgende Hinweise verbindlich:**

- Die Vergabe der Punkte nehmen Sie bitte so vor, wie in der Korrekturrichtlinie ausgewiesen. Eine summarische Angabe von Punkten für Aufgaben, die in der Korrekturrichtlinie detailliert bewertet worden sind, ist nicht gestattet.
- Nur dann, wenn die Punkte für eine Aufgabe nicht differenziert vorgegeben sind, ist ihre Aufschlüsselung auf die einzelnen Lösungsschritte Ihnen überlassen.
- Stoßen Sie bei Ihrer Korrektur auf einen anderen richtigen als den in der Korrekturrichtlinie angegebenen Lösungsweg, dann nehmen Sie bitte die Verteilung der Punkte sinngemäß zur Korrekturrichtlinie vor.
- Rechenfehler sollten grundsätzlich nur zur Abwertung des betreffenden Teilschrittes führen. Wurde mit einem falschen Zwischenergebnis richtig weitergerechnet, so erteilen Sie die hierfür vorgesehenen Punkte ohne weiteren Abzug.
- Ihre Korrekturhinweise und Punktbewertung nehmen Sie bitte in einer zweifelsfrei lesbaren Schrift vor.
- Die von Ihnen vergebenen Punkte und die daraus sich gemäß dem nachstehenden Notenschema ergebende Bewertung tragen Sie in den Klausur-Mantelbogen sowie in das Formular „Klausurergebnis“ (Ergebnisliste) ein.
- Gemäß der Diplomprüfungsordnung ist Ihrer Bewertung folgendes Bewertungsschema zugrunde zu legen:

Punktzahl		Ergebnis
von	bis einschl.	
50	100	<b>bestanden</b>
0	49,5	<b>nicht bestanden</b>

- Die korrigierten Arbeiten reichen Sie bitte spätestens bis zum

**22. Mai 2002**

in Ihrem Studienzentrum ein. Dies muss persönlich oder per Einschreiben erfolgen. Der angegebene Termin ist unbedingt einzuhalten. Sollte sich aus vorher nicht absehbaren Gründen ein Terminüberschreitung abzeichnen, so bitten wir Sie, dies unverzüglich Ihrem Studienzentrenleiter anzuzeigen.

**Lösung 1**

vgl. SB 4

**16 Punkte**

a) **Faserlänge  $L_F$  als Funktion der Stablänge  $L_S$  :** **8 Pkte**

Volumen Glasstab:  $V_S = d_S^2 \frac{\pi}{4} \cdot L_S$  mit  $d_S = 25 \text{ mm}$  (1 Pkt)

Volumen Glasfaser:  $V_F = d_F^2 \frac{\pi}{4} \cdot L_F$  mit  $d_F = 0,05 \text{ mm}$  (1 Pkt)

Aus der Volumenkonstanz  $V_F = V_S$  folgt (2 Pkte)

$$d_F^2 \frac{\pi}{4} \cdot L_F = d_S^2 \frac{\pi}{4} \cdot L_S \text{ und somit}$$

$$L_F = \left( \frac{d_S}{d_F} \right)^2 \cdot L_S. \quad (\text{I}) \quad \text{(2 Pkte)}$$

Einsetzen von  $d_S = 25 \text{ mm}$  und  $d_F = 0,05 \text{ mm}$  liefert die Faserlänge als Funktion der Stablänge:

$$L_F = \left( \frac{25 \text{ mm}}{0,05 \text{ mm}} \right)^2 \cdot L_S = \underline{\underline{250.000 \cdot L_S}} \quad \text{(2 Pkte)}$$

b) **Verdopplung der Stablänge:** **4 Pkte**

Unter Berücksichtigung des Ergebnisses aus Teilaufgabe a) mit  $L_{S_2} = 2 \cdot L_S$  ergibt sich:

$$L_{F_2} = 250.000 \cdot L_{S_2} = 2 \cdot 250.000 \cdot L_S = \underline{\underline{2 \cdot L_F}}$$

Eine Verdopplung der Stablänge führt zur Verdoppelung der Faserlänge.

c) **Verdopplung der Stabdicke:** **4 Pkte**

Mit  $d_{S_2} = 2 \cdot d_S$  und Gl. (I) ergibt sich:

$$L_{F_2} = \left( \frac{d_{S_2}}{d_F} \right)^2 \cdot L_S = \left( \frac{2 \cdot d_S}{d_F} \right)^2 \cdot L_S = 4 \cdot \left( \frac{d_S}{d_F} \right)^2 \cdot L_S = \underline{\underline{4 \cdot L_F}}$$

Eine Verdopplung der Stabdicke führt zur Vervierfachung der Faserlänge.

**Lösung 2**

vgl. SB 1; Kap. 2.3.8

**10 Punkte**

Anwendung der Rechenregeln für Logarithmen liefert:

$$2 \cdot \log x - \log \frac{x}{x^2 + 1} - \log x^3$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \log x - (\log x - \log(x^2 + 1)) - 3 \cdot \log x \quad (2 \text{ Pkte})$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \log x - \log x + \log(x^2 + 1) - 3 \cdot \log x \quad (2 \text{ Pkte})$$

$$\Leftrightarrow \log(x^2 + 1) - 2 \cdot \log x \quad (2 \text{ Pkte})$$

$$\Leftrightarrow \log(x^2 + 1) + \log \frac{1}{x^2} \quad (2 \text{ Pkte})$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{\log \frac{x^2 + 1}{x^2}}} \quad (2 \text{ Pkte})$$

**Lösung 3**

vgl. SB 1; Kap. 2.4.3

**8 Punkte**Umstellen der quadratischen Gleichung  $3x^2 + 3x - 168 = 0$  zur Normalform

$$x^2 + x - 56 = 0 \text{ mit den Koeffizienten } p = 1 \text{ und } q = -56. \quad (4 \text{ Pkte})$$

Erste bekannte Lösung:  $x_1 = 7$

Nach dem Satz von VIETA gilt:  $x_1 + x_2 = -p \quad (2 \text{ Pkte})$

Einsetzen der ersten Lösung:  $7 + x_2 = -1$

Damit lautet die zweite Lösung:  $\underline{\underline{x_2 = -8}} \quad (2 \text{ Pkte})$

**Lösung 4**

vgl. SB 4; Kap. 4.1

**13 Punkte**

a) **Steigung:** 3 Pkte

Vergleich von  $y = 2x + 3$  mit der Form  $y = mx + b$ , in der  $m$  die Steigung der Geraden angibt, ergibt: Die Steigung der Geraden  $y = 2x + 3$  beträgt 2, d.h.  $m = 2$ .

b) **Schnittpunkt mit der x-Achse:** 4 Pkte

Für den Schnittpunkt mit der x-Achse gilt  $y = 0$ . (1 Pkt)

Einsetzen von  $y = 0$  in  $y = 2x + 3$  und Auflösen nach x liefert:

$$0 = 2x + 3 \text{ und damit } \underline{\underline{x = -\frac{3}{2}}}. \quad (3 \text{ Pkte})$$



Die Gerade  $y = 2x + 3$  schneidet die  $x$ -Achse im Punkt  $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ .

**c) Zweite Gerade:**

**6 Pkte**

Da beide Geraden  $y = 2x + 3$  und  $y = px + q$  parallel verlaufen, haben sie auch den gleichen Anstieg. Daraus folgt  $p = 2$ .

(3 Pkte)

Einsetzen von  $P(7,10)$  in  $y = px + q$  liefert

$$10 = 2 \cdot 7 + q \text{ und weiter } q = -4.$$

(2 Pkte)

Die Gleichung der gesuchten Geraden lautet damit  $y = 2x - 4$ .

(1 Pkt)

## Lösung 5

vgl. SB 2; Kap. 2.3

**16 Punkte**

Nach der EULERSchen Zinseszinsformel [2-7] gilt:  $K_n = K_0 \cdot q^n$

(1 Pkt)

In diesem Fall ist  $K_1 = K_0 \cdot q_1$  (1) mit  $q_1 = 1 + x$

(2 Pkte)

und  $K_2 = K_1 \cdot q_2$  (2) mit  $q_2 = 1 + 2x$

(2 Pkte)

Einsetzen von (1) in (2) liefert:  $K_2 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 = K_0 \cdot (1 + x) \cdot (1 + 2x)$

(2 Pkte)

Umformung:  $\frac{K_2}{K_0} = 1 + 3x + 2x^2$

(1 Pkt)

Einsetzen von  $K_2 = 24.000 \text{ €}$  und  $K_0 = 20.000 \text{ €}$  liefert:

$$1 + 3x + 2x^2 = \frac{24.000}{20.000} \text{ und weiter } 2x^2 + 3x + 1 = \frac{6}{5}.$$

(1 Pkt)

Umstellen in die Normalform der quadratischen Gleichung liefert:  $x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{10} = 0$ .

Lösung nach der (p-q)-Formel mit  $p = \frac{3}{2}$  und  $q = -\frac{1}{10}$  liefert:

(2 Pkte)

$$x_{1,2} = -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{10}} = -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{106}{160}} = -\frac{3}{4} \pm 0,814$$

(2 Pkte)

$$\underline{x_1 \approx 0,064} ; x_2 < 0 \text{ (nicht relevant!)}$$

(2 Pkte)

Der Zinssatz im ersten Jahr beträgt damit **6,4 %**.

(1 Pkt)

**Lösung 6**

vgl. SB 3; Kap. 2.3

**12 Punkte****a) Kreditsumme:****4 Pkte**

Bei 96 %-iger Auszahlung beantragt Frau Bluhm die Kreditsumme:

$$S = \frac{100.000 \text{ Euro}}{0.96} = \underline{\underline{104.166,67 \text{ Euro}}}$$

**b) Tilgungsdauer:****8 Pkte**Die Tilgungsdauer  $n$  errechnet sich nach [2-19] zu:

$$n = \frac{\log A - \log T_1}{\log q}$$

(2 Pkte)

mit den Größen:

Zinssatz:  $q = 1,075$

Kreditsumme:  $S = 104.166,67 \text{ €}$

Tilgung im ersten Jahr:  $T = S \cdot 0,02 = 2.083,33 \text{ €}$

(1 Pkt)

Zinsen im ersten Jahr:  $Z_1 = S \cdot 0,075 = 7812,50 \text{ €}$

(1 Pkt)

Annuität  $A$ :  $A = Z_1 + T = 9.895,83 \text{ €}$

(1 Pkt)

Damit wird:

$$n = \frac{\log 9.895,83 - \log 2.083,33}{\log 1,075} = \underline{\underline{21,54}}$$

(2 Pkte)

Der Kredit von Frau Bluhm ist nach ca. 21,5 Jahren getilgt.

(1 Pkt)

**Lösung 7**

vgl. SB 3; Kap. 2.3

**10 Punkte**

Die Annuität errechnet sich nach [2-9] zu  $A = S \cdot q^n \frac{q-1}{q^n-1}$ .

(5 Pkte)

Einsetzen von  $S = 60.000 \text{ €}$ ;  $q = 1,011$  und  $n = 6 \cdot 12 = 72$  liefert:

$$A = 60.000 \cdot 1,011^{72} \frac{1,011-1}{1,011^{72}-1} = \underline{\underline{1.210,79 \text{ Euro}}}$$

(5 Pkte)

Die monatliche Annuität beträgt 1.210,79 €

**Lösung 8**

vgl. SB 2; Kap. 3.2

**15 Punkte**

Bei bekanntem Rentenendwert  $R_n$  gilt nach [3-7] für den Zinssatz:

$$q^n - \frac{R_n \cdot q}{r} + \frac{R_n}{r} - 1 = 0. \quad (3 \text{ Pkte})$$

Einsetzen von  $n = 2$  ;  $R_2 = 2.929,50 \text{ €}$  und  $r = 1.400 \text{ €}$  führt zu

$$q^2 - \frac{2.929,50 \cdot q}{1.400} + \frac{2.929,50}{1.400} - 1 = 0 \text{ und weiter} \quad (3 \text{ Pkte})$$

$$q^2 - 2,0925 \cdot q + 1,0925 = 0. \quad (2 \text{ Pkte})$$

Lösung nach der (p-q)-Formel mit  $p = -2,0925$  und  $q = 1,0925$  liefert (2 Pkte)

$$q_{1,2} = 1,04625 \pm \sqrt{1,04625^2 - 1,0925}$$

$$q_{1,2} = 1,04625 \pm 0,04625 \quad (2 \text{ Pkte})$$

$$\underline{q_1 = 1,0925} \text{ ; } q_2 = 1 \text{ (ökonomisch nicht sinnvoll!)} \quad (2 \text{ Pkte})$$

Der gesuchte Zinssatz beträgt **9,25 %**. (1 Pkt)